**О противоречии, возникающем в классической электродинамике при выводе волнового уравнения Даламбера для векторного потенциала. Жонглирование калибровками**

Предлагаю читателю проследить за выкладками И.Е.Тамма, с помощью которых он:

а) вводит понятие тока смещения в первое равнение Максвелла §88

б) выводит на основании первого уравнения Максвелла волновое уравнение Даламбера §94

Итак, токи смещения вводятся в первое уравнение Максвелла следующим образом



Затем берётся дивергенция от обоих частей



Затем на основании уравнения непрерывности для токов проводимости и кулоновских зарядов



Но дальше начинается интересная манипуляция, заключающаяся в том, что Тамм для связи плотности кулоновских зарядов с вектором электрической индукции использует уравнение электростатики



Но в чем заключается манипуляция? В электростатике не исследуется движение кулоновских зарядов, следовательно, электростатика ничего не знает ни о токах проводимости, ни о токах смещения, ни о векторном потенциале, ни о калибровке Лоренца.

И поэтому связь электрической индукции  со скалярным потенциалом поля кулоновских зарядов в электростатике выглядит следующим образом



Поэтому, когда Тамм в §88 после преобразования



дает выражение для тока смещения в виде



то при этом надо понимать, что полученное в итоге первое уравнение Максвелла



выведено без применения калибровки Лоренца  таким образом, что его правильнее было бы записывать в потенциалах следующим образом



Однако в § 94 Тамм использует полученное таким образом (т.е. по сути в калибровке Кулона) первое уравнение Максвелла для вывода волнового уравнения Даламбера уже в калибровке Лоренца. При этом вектор электрического поля через потенциалы выражается уже по-другому



При этом Тамм поясняет: «скалярный потенциал зависит лишь от распределения зарядов», а «векторный потенциал – от распределения токов проводимости». Однако «напряженность электрического поля зависит не только от градиента скалярного потенциала, а также и от производной по времени векторного потенциала. В этом обстоятельстве проявляется закон электромагнитной индукции».

Таким образом, способ получения волнового уравнения Даламбера для векторного потенциала, применённый Таммом в § 94 является некорректным результатом, полученным с помощью жонглирования калибровками.

В системе уравнений электромагнитного поля Тамм приводит первое уравнение Максвелла в формальной записи , в которую входит выражение для электрического поля , которое, однако, в § 94 имеет вид и таким образом включает в себя компоненту, обусловленную явлением электромагнитной индукции, а в §88 используется другое выражение для электрического поля , которое является результатом решения дифференциального уравнения электростатики и поэтому компоненту, обусловленную явлением электромагнитной индукции не включает.

Можно ли при выводе волнового уравнения для векторного потенциала обойтись без жонглирования калибровками?

Вариант 1. Если в качестве выражения для  использовать выражение, пришедшее из электростатики , то в качестве волнового уравнения получается уравнение Пуассона , однако таким уравнением не получится распространение электромагнитных волн. Поэтому такой вариант непродуктивен

Вариант 2. Если при выводе уравнения для тока смещения использовать , то



Учитывая, что скалярный кулоновский потенциал зависит только лишь от распределения кулоновских зарядов



для дивергенции вектора электрической индукции, дополняя 4-е уравнение Максвелла, получаем:



тогда выражение для дивергенции тока смещения



откуда



тогда первое уравнение Максвелла принимает вид



подставляя выражение для электрического поля через потенциалы



Далее



подставляя соотношение между потенциалами соответствующее калибровке Лоренца 

опять приходим к уравнению Пуассона



Таким образом показывается, что классическая электродинамика не содержит корректного вывода волнового уравнения Даламбера.

В классическом выводе волнового уравнения Даламбера есть ещё один спорный формально-математический момент, на который следует обратить внимание.

Выражение электрического поля через потенциалы в виде получено исходя из второго уравнения Максвелла  обобщающего опыты электромагнитной индукции Фарадея.

Однако в процессе вывода волнового уравнения Даламбера к этому выражению применяется формально математическая операция взятия дивергенции, - с целью приравнять полученную таким формальным способом математическую величину с дивергенцией электрической индукции из 4 уравнения Максвелла.

И здесь возникает вопрос: если физический смысл уравнения электростатики вполне очевиден, то какой физический смысл имеет выражение ?

Какую физическую ситуацию оно отражает?

В каком физическом эксперименте электромагнитная индукция Фарадея приводит к появлению дивергенции электрического поля?

А.Ю. Дроздов